

统计学精品译丛

随机过程导论

(原书第 2 版)

Introduction to Stochastic Processes

(Second Edition)

(美) Gregory F. Lawler 著

张景肖 译



机械工业出版社
China Machine Press

本书是一本随机过程的优秀教材，不仅以浅显易懂的语言阐述基本概念和方法，而且通过一些非常基础的应用实例，让读者了解如何应用随机过程理论解决实际问题。主要内容包括有限马尔可夫链、可数马尔可夫链、连续时间马尔可夫链、最优停时、鞅、可逆马尔可夫链、布朗运动和随机积分等。

本书侧重数学思想的分析而不是具体细节的理论证明，所需的数学基础只是本科程度的概率论和一些线性代数知识，而不需要读者有测度论的基础，适合作为高等院校数学及相关专业高年级本科生和研究生教材，也适合作为相关领域研究人员的参考书。

Introduction to Stochastic Processes, Second Edition by Gregory F. Lawler (ISBN 978-1-58488-651-8).

Copyright ©2006 by Taylor & Francis Group, LLC

Authorized translation from the English language edition published by CRC Press, part of Taylor & Francis Group LLC; All rights reserved. 本书原版由 Taylor & Francis 出版集团旗下 CRC 出版公司出版，并经授权翻译出版。版权所有，侵权必究。

China Machine Press is authorized to publish and distribute exclusively the Chinese (Simplified Characters) language edition. This edition is authorized for sale in the People's Republic of China only (excluding Hong Kong, Macao SAR and Taiwan). No part of this publication may be reproduced or distributed in any form or by any means, or stored in a database or retrieval system, without the prior written permission of the publisher. 本书中文简体字翻译版授权由机械工业出版社独家出版并限在中国大陆地区销售。未经出版者书面许可，不得以任何方式复制或抄袭本书的任何内容。

Copies of this book sold without a Taylor & Francis sticker on the cover are unauthorized and illegal. 本书封面贴有 Taylor & Francis 公司防伪标签，无标签者不得销售。

封底无防伪标均为盗版

版权所有，侵权必究

本书法律顾问 北京市展达律师事务所

本书版权登记号：图字：01-2010-1520

图书在版编目 (CIP) 数据

随机过程导论 (原书第2版)/(美)劳勒 (Lawler, G. F.) 著; 张景肖译. —北京: 机械工业出版社, 2010.9

(统计学精品译丛)

书名原文: Introduction to Stochastic Processes, Second Edition

ISBN 978-7-111-31544-5

I. 随… II. ①劳… ②张… III. 随机过程 IV. O211.6

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2010) 第 155619 号

机械工业出版社 (北京市西城区百万庄大街 22 号 邮政编码 100037)

责任编辑: 李俊竹

印刷

2010年10月第1版第1次印刷

186mm×240mm·11.25印张

标准书号: ISBN 978-7-111-31544-5

定价: 36.00元

凡购本书, 如有缺页、倒页、脱页, 由本社发行部调换

客服热线: (010) 88378991; 88361066

购书热线: (010) 68326294; 88379649; 68995259

投稿热线: (010) 88379604

读者信箱: hzsj@hzbook.com

译者序

随机过程理论不仅在数学以及统计领域非常重要，在很多其他的学科领域也都有非常重要的应用，如工程、计算机科学、经济学、生物、物理等。特别是现代数理金融理论，更是以此为必要的前提。但是目前，关于随机过程的优秀教材，特别是中文教材并不是太多，而且这些教材的局限性也比较明显，有些要求读者要有测度论的基础，有些只针对理工科背景，主要的局限性还在于对随机过程理论如何应用于实际问题介绍很少，读者在学习了这些教材后往往感觉帮助并不大。Gregory F. Lawler 的《随机过程导论》一书恰好可以弥补这些不足。作者有长期在杜克大学讲述随机过程课程的经验，所面对的学生也有各种学习和研究背景，这给了作者很好的机会以选择合适的内容和讲述方式。在仔细阅读了这本书后，译者觉得非常值得将这本书介绍给我国的读者。

本书最大的特点是侧重数学思想的分析而不是具体细节的理论证明，所需要的数学基础只是本科程度的概率论和一些线性代数的知识，而不需要读者有测度论的基础。在随机过程应用的介绍方面，本书并没有针对某些领域给出特别专业的例子，而是一些非常基础的应用。这样，一方面可以避免偏离本书的主题，另一方面也可以给那些需要了解应用的读者以启发，学习如何将随机过程的理论应用于解决实际问题。

本书介绍了随机过程的基础知识，内容非常丰富，可以满足来自不同领域的读者的需要。总之，这是学习随机过程基础知识的一本快速的入门书，在本书中既可以学习到基础知识，又可以学习到应用这些知识解决具体问题时的思路。这本书既可以作为不同专业本科阶段和研究阶段教材，又是一本很好的自学参考书。

在翻译本书的过程中，原书中的打印错误和一些不当之处已经做了修订。限于译者的水平，译稿中存在的问题和不当之处，敬请读者批评指正。

在翻译本书过程中得到了刘燕平、毛燕妮、李贞贞同学的很多帮助，在此深表谢意。

感谢在本书的翻译过程中给予我们帮助的中国人民大学的张波教授，另外感谢本书的编辑一直以来的大力协助。

张景肖

2010年6月

第 2 版前言

在第 2 版中，为了介绍现代数理金融理论，我们对随机积分这一章的内容作了很明显的扩展：扩大了对 Itô 公式的讨论，介绍了吉尔萨诺夫 (Girsanov) 变换和费因曼-卡茨 (Feynman-Kac) 公式，并推导了 Black-Scholes 期权定价公式。我们尽量采用与其他章节相同的风格来阐述这一章，即向读者充分地展示公式为什么正确，而不是拘泥于完整的数学细节。

在鞅这一章中增加了极大不等式的内容，关于布朗运动也增加了很多的内容。书中加入了更多的例子，并增加了每章末的练习题。此外，我们还修正了第 1 版中的错误和不妥之处，并推荐了一些文献。

第 1 版前言

本书是在 Math 240 课（“应用随机过程”）讲义的基础上修改完善而来的。我在杜克大学长期从事这门课程的教学工作，学习此课程的大多数学生是数学、计算机科学、经济学、商学、生物学、心理学、物理学、统计学和工程学等专业的研究生，也有数学系的高年级本科生。这些学生的数学背景差异很大，而且与他们各自研究领域相关的随机过程的特定内容也很不一样。

要学习本书，需要有比较好的基于微积分的本科概率论知识，同时应学习过包含特征值和特征向量等内容的线性代数课程。同时读者应具有一定的计算机基础。习题需要读者编写简单的程序并利用一些软件进行线性代数方面的计算。在我所有的班上，学生们都有足够的计算机能力做到这一点。鉴于大多数同学都有微分方程的基础，我将自然地使用相关内容，不过我在预备知识中还是用较短的篇幅介绍了线性微分方程。

在本书中我努力阐述数学的核心概念和方法，而不是列出所有的数学细节。测度论并不是本书必需的先修课程，但是我试图采用这样的写作方式，使那些懂得一些测度论的读者可以更详细了解本书呈现的主题。尽管本书主要是为那些想了解随机过程应用的读者而写的，但是书中对真正的应用讨论得并不多。原因在于，要想理解真正的应用，需要对相应的研究领域有比较深入的了解，而介绍那些随机过程能够应用的领域并不是本书的目标。所以我选择使用一些非常基本的例子，而让其他领域的专家去决定何时一些数学假设对于他们的应用是合理的。

第 1 章涵盖有限马尔可夫链的基本内容。在这里我并没有给出收敛到平衡态的相关证明，而是重点说明了收敛到平衡态和随机矩阵特征值的大小之间的关系。第 2 章讨论无限状态空间的情况，以在非负整数上带有反射边界的随机游动作为主要的例子，介绍了非常返、零常返、正常返等概念，本章最后讨论了分支过程。

第 3 章讨论连续时间马尔可夫链，集中在三个主要类型：泊松过程、有限状态空间和生灭过程。对于这些过程，我使用了向前微分方程来描述概率的发展，这比向后微分方程更简单、自然。遗憾的是，向前微分方程不适用于分析所有的连续时间马尔可夫链，这一事实在最后一节做了简要讨论。生灭过程的一个主要例子是马尔可夫队列。

在决策论的广泛研究领域中，我选择了马尔可夫链的最优停时理论来介绍，这部分内容放在第 4 章。最优停时理论可以把那些能够得出算法解决相关问题的数学理论很好地结合在一起。本章中最优停时的基本思想与第 5 章所使用的思想相似。

在随机过程的很多问题中，鞅的思想都是非常基础的。第 5 章的目标就是对鞅的这些思想做一个坚实的介绍。首先给出了条件期望的现代定义，这里我们自由地使用了“关于 \mathcal{F}_n 可测，即到时刻 n 之前的所有信息已知”这样的思想而没有使用 σ 代数语言去说明它的严格含义。对本章主要的定理——可选抽样定理和鞅收敛定理都给出了证明。这里的定理证明是很重要的，从证明的过程我们可以理解定理为什么不能一直适用。另外，我们讨论了一致可积。

第 6 章主要讲解更新过程的基本思想。对于非格点的随机变量，更新方程是主要的分析工具，而对于格点的随机变量，则使用马尔可夫链的方法。作为一个应用，我们分析了服务时间为一般分布的排队系统。

第7章讨论可逆马尔可夫链领域中的一些当前的研究专题. 首先给出关于收敛到平衡态的速率的一个更加数理的讨论, 随后简单介绍马尔可夫链算法, 此算法在物理学、计算机科学、统计学等学科的一些领域中变得越来越重要. 最后关于常返性的一节, 很好地利用“变分”思想证明了一个很难直接给出证明的结论.

第8章走马观花地介绍布朗运动中的大量内容. 试图给出其所有的数学细节是不太可能的. 除了一维布朗运动外, 我也介绍了多维布朗运动, 并解释了为什么布朗运动和热方程本质上是一个问题. 我还试着讨论了一些由布朗运动所产生的集合的分形性质. 第9章简要介绍随机积分, 这里的讨论是非常不正规的, 我们的目的是让学生对什么是随机积分有一些认识.

对于一个学期的课程来说, 本书的内容稍稍多了一些. 建议把第1、2、3、5、8章作为基础章节讲述, 其余章节依照选修课程的学生们的情况来决定. 基础章节应当按照顺序讲解, 其他章节可以在任何时间讲授. 第4章和第7章运用了之前关于马尔可夫链的内容; 第6章最后一节用到了马尔可夫链和鞅的内容; 而第9章则用到了布朗运动的定义和鞅.

我要首先感谢1992年和1994年春季学期 Math 240 课堂上的学生, 他们对这个讲义之前的版本给出了一些建议和修改意见. 我还要感谢1992年在准备本书的第1版时我的助手 Rick Clelland 以及 Michael Phelan 和 Daniel C. Wiener 帮忙审阅了书稿, 并给予我很多宝贵的建议. 在本书的写作期间, 我还得到了美国国家科学基金的部分资助.

目 录

译者序		第 4 章 最优停时	64
第 2 版前言		4.1 马尔可夫链的最优停时	64
第 1 版前言		4.2 带成本的最优停时	68
		4.3 带折现的最优停时	70
		4.4 习题	71
第 0 章 预备知识	1	第 5 章 鞅	74
0.1 引言	1	5.1 条件期望	74
0.2 线性微分方程	1	5.2 定义和举例	78
0.3 线性差分方程	2	5.3 可选抽样定理	80
0.4 习题	5	5.4 一致可积	83
第 1 章 有限马尔可夫链	6	5.5 鞅收敛定理	85
1.1 定义和举例	6	5.6 极大不等式	89
1.2 极限行为和不变概率	9	5.7 习题	91
1.3 状态分类	12	第 6 章 更新过程	95
1.3.1 可约性	14	6.1 引言	95
1.3.2 周期性	15	6.2 更新方程	98
1.3.3 不可约、非周期链	16	6.3 离散更新过程	104
1.3.4 可约或者周期链	16	6.4 $M/G/1$ 和 $G/M/1$ 排队模型	107
1.4 返回次数	19	6.5 习题	109
1.5 非常返态	20	第 7 章 可逆马尔可夫链	112
1.6 举例	24	7.1 可逆过程	112
1.7 习题	27	7.2 收敛到平稳分布	113
第 2 章 可数马尔可夫链	33	7.3 马尔可夫链算法	117
2.1 引言	33	7.4 常返的判定准则	120
2.2 常返和非常返	34	7.5 习题	122
2.3 正常返和零常返	38	第 8 章 布朗运动	125
2.4 分支过程	40	8.1 引言	125
2.5 习题	43	8.2 马尔可夫性	127
第 3 章 连续时间马尔可夫链	48	8.3 布朗运动的零集	130
3.1 泊松过程	48	8.4 多维布朗运动	133
3.2 有限状态空间	50	8.5 常返和非常返	136
3.3 生灭过程	55	8.6 布朗运动的分形性质	138
3.4 一般情形	60	8.7 比例原则	138
3.5 习题	61		

8.8 带漂移的布朗运动	139	9.6 吉尔萨诺夫变换	157
8.9 习题	140	9.7 费因曼-卡茨公式	159
第9章 随机积分	144	9.8 Black-Scholes 公式	161
9.1 关于随机游动的积分	144	9.9 模拟	164
9.2 关于布朗运动的积分	145	9.10 习题	164
9.3 Itô公式	148	进一步阅读的建议	167
9.4 Itô公式的扩展形式	151	索引	168
9.5 连续鞅	156		