第2章

信用风险定价模型简介

陈松男　张嘉云

近几年来，信用风险定价模型大致发展成两类：结构式模型（structural model）与缩减式模型（reduced-form model）。两者的差异主要是模型考虑的变量有所不同，结构式模型下的违约风险取决于公司资产负债的资本结构，缩减式模型则无须考虑公司资产与负债的价值，直接透过市场价格、信用价差或信用评级移转等信息，将隐含于内的违约概率具体化。

2.1　结构式模型

结构式模型又被称作公司价值模型（firm value model）。模型源自于 Black & Scholes（1973）的期权定价理论，主要借由公司资本结构（权益和负债）的变化来表达信用事件，违约仅发生在当公司资产价值低于负债价值的情况下，且信用风险是内生决定（endogenously determined）的。

Merton（1974）提出公司的股东可视作持有一个标的为公司资产 A 的欧式买权，其履约价为公司负债的面额 D，且到期日为 T。当买权到期时，倘若公司资产的价值小于 D，则股东将不会执行买权，也就是宣告公司破产；反之，股东执行买权，清偿债务。由此可知股东的到期损益是 $\text{Max}(A_T - D, 0)$，如图 2-1 所示。股东权益价值根据 BS 公式为

$$C(Equity) = A_t N(d_1) - De^{-r\tau} N(d_2) \qquad (2\text{-}1)$$

式中　A_t——公司资产在 t 时点（现在）时的价格；

$$d_1 = \frac{\ln(A_t/D) + (r + \sigma^2/2)\tau}{\sigma\sqrt{\tau}}, \quad d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{\tau}, \quad \tau = T - t$$

σ——公司资产价格的波动率；

r——无风险利率。

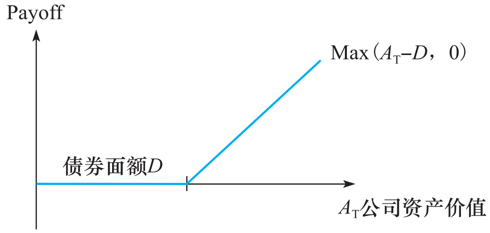

图 2-1 股东到期损益示意图

反向观之，公司的债权人可视作持有一个无风险零息债券减去一个以公司资产为标的的欧式卖权，履约价为 D，两者的到期日均为 T。若公司资产的在到期时的市值大于负债面额，则债权人获得清偿取得 D，如果小于面额，则债权人只能拿回 A_T。故债权人的到期损益是 $\text{Min}(A_T, D)=D-\text{Max}(D-A_T, 0)$，如图 2-2 所示。债权人所握有的相当于是一个具有信用风险的零息债券，其价值根据 BS 公式为

$$\begin{aligned}B(Default^{-}\ Risk) &= De^{-r\tau}-De^{-r\tau}N(-d_2)+A_tN(-d_1)\\&=De^{-r\tau}[1-N(-d_2)]+A_t[1-N(d_1)]\\&=A_t-A_tN(d_1)+De^{-r\tau}N(d_2)\end{aligned}\tag{2-2}$$

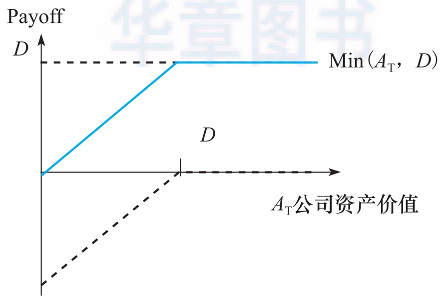

图 2-2 债权人到期损益示意图

然而在实证应用上此模型却难以执行，其原因在于：公司资产并没有在市场上交易，同时也难以直接观察，且资产价格的波动率 σ 亦无从得知。

之后结构式模型的发展主要是放宽 Merton 模型较不合理的设定，使模型更贴近现实。例如修正违约只发生在到期的缺点、加入随机波动的利率模型、

考虑偿债顺序、回复率，甚至考虑公司破产的最适策略，企图建立更具解释能力的公司价值模型。即便如此，结构式模型始终存在一些无法克服的缺陷，除无法用来定价与信用评级相关的信用衍生产品外，模型的关键变量资产价值并不存在市场交易价格是影响模型发展的最主要因素。

虽然结构式模型存在上述缺点，但是由 KMV（Kealhofer、McQuown 及 Vasicek）公司㊀所发展出的 KMV 模型在预测企业发生财务危机方面仍受到业界相当的重视。

2.2 缩减式模型

缩减式模型又被称作违约强度模型（intensity model）。以缩减式模型进行定价时，完全不考虑个别公司的财务状况，而是利用市场价格或信用价差等信息计算违约发生概率。另外，在此模型中，信用风险透过外生决定的违约概率与回复率来表达，虽较不具经济直觉，但因为直接萃取市场信息进行数学分析，因此更有利于实际应用。

缩减式模型中分为违约基础法（default-based approach）、信用评级移转法（rating transition approach）及信用价差法（spread approach）三大类。对此三种方法说明如下。

2.2.1 违约基础法

违约基础法主要是 Jarrow 及 Turnbull（1995，简称 JT）针对内含信用风险的衍生性商品提出的一种定价与避险新方法，考虑的信用风险包括标的资产的违约风险及发行者的违约风险。模型中回复率（recovery rate）是外生给定的常数，因此在既定的回复率之下，利用市场上具有信用风险的债券价格与无风险债券价格，即可推算出虚拟违约概率，并据此定价其他具有相同信用评级的债券。

2.2.2 信用评级移转法

由于信用评级移转法认为即使没有发生违约，企业信用评级的改变也是影响信用价差改变的因素，相较于违约基础法中单纯的二元状态——违约与不违约，此法更具一般性，故可应用在以信用评级作基础的信用衍生产品定价上。

㊀ KMV 公司目前已被 Moody's 所购并，全名为 Moody's KMV Corporation。

Jarrow、Lando 及 Turnbull（1997，简称 JLT）延伸自 JT（1995），首先将信用评级的信息运用在具风险性债券的定价上，使用马尔可夫链（Markov Chain）模型表示信用等级的动态过程，并以移动概率矩阵（transition probability matrix）描述马尔可夫链的变动过程，且假设违约过程与无风险即期利率过程无关。依照 JLT（1997）对于具风险性债券的定价，必须将原始的移动概率矩阵转换成风险概率测度下的移动概率矩阵，其转换系透过一风险贴水调整项 $\pi_i(t)$，说明如下：

$$\tilde{q}_{ij}(t,t+1)=\begin{cases}\pi_i(t)q_{ij}, & i\neq j\\ 1-\pi_i(t)(1-q_{ij}), & i=j\end{cases} \tag{2-3}$$

式中　q_{ij}——自信用等级 i 移至信用等级 j 的真正移动概率；

$\pi_i(t)$——时间 t 之下，信用等级 i 的风险贴水调整项；

$\tilde{q}_{ij}(t,\ t+1)$——风险中立下，由时间 t 至 $t+1$，自信用等级 i 至信用等级 j 的移动概率。

Kijima 及 Komoribayashi（1998，简称 KK）则承袭 JLT（1997）对信用评级动态过程的设定，同时亦假设违约过程与无风险即期利率相互独立，两者最大的不同在于风险贴水调整项的设定，KK（1998）的设定说明如下：

$$\tilde{q}_{ij}(t,t+1)=\begin{cases}l_i(t)q_{ij},j\in\hat{N}=\{1,2,\cdots,K\}, & j\neq K+1\\ 1-l_i(t)(1-q_{i,K+1}), & j=K+1\end{cases} \tag{2-4}$$

式中　q_{ij}——自信用评级 i 移至信用评级 j 的真正移动概率；

$l_i(t)$——时间 t 之下，信用评级 i 的风险贴水调整项；

$\tilde{q}_{ij}(t,\ t+1)$——风险中立下，由时间 t 至 $t+1$，自信用评级 i 至信用评级 j 的移动概率。

信用等级情况设定为 $N=\{1,\ 2,\ \cdots,\ K,\ K+1\}$，1 代表最佳信用评级，2 代表次佳信用评级，…，K 代表最差信用评级，$K+1$ 则代表倒闭。

JLT（1997）所推导的风险贴水调整项存在计算上的估计困扰，而 KK（1998）对于风险贴水调整项的定义则不会有类似问题发生。

2.2.3　信用价差法

信用价差法模型的核心在于将信用价差分解成违约概率与回复率两部分，进而简化定价的困难，例如 Duffie 及 Singleton（1999）认为定价具有信用风险的债券和无风险债券的差别，仅在于折现利率是无风险利率再加上信用风险调整项。