第 2 章

Golden Rules of Economic Growth

与要素扩张型技术进步相关的公理

许多经济增长理论假设技术进步不是完全的劳动扩张型就是完全的资本扩张型。然而，越来越多的证据表明，要素扩张型的技术进步往往兼有劳动和资本的扩张。琼·罗宾逊[1]和宇泽弘文[2]已经给出了技术进步为完全的劳动扩张型的充分必要条件（用资本边际产出与平均产出的动态关系来表述）。与之对应的，技术进步为完全的资本扩张型的充分必要条件也已经被推导出来。但我们还不知道在什么条件下，技术进步将是劳动扩张型，或者是资本扩张型，或者是两者兼有。本文的目的就是要对一般性的要素扩张型技术进步加以公理化。这个公理化体系将能够阐释资本和劳动的扩张率。

考虑如下生产函数

$$Q = F(K, L; t) \tag{2-1}$$

其中，产出 Q 是资本 K、劳动 L（资本和劳动都用实际的物理单位来度量）和时间 t 的齐次函数。

我们假定规模报酬不变，并且生产函数满足通常的二阶可微以及边际替代率递减等新古典条件，即

$$q = f(k, t) \tag{2-2}$$

$$f_k(k,t) > 0 \tag{2-3}$$

$$f_{kk}(k,t) < 0 \tag{2-4}$$

在这里，

$$q = Q/L \tag{2-5}$$

$$k = K/L \tag{2-6}$$

$$f(k,t) = F(k,1;t) \tag{2-7}$$

并且

$$f_k = \partial f/\partial k, f_{kk} = \partial^2 f/\partial k^2$$

当 $f_t > 0$ 时，经济体存在技术进步。

在某个特定的资本－产出比，或者其倒数——单位资本产出上，技术进步被认为是哈罗德中性的，当且仅当单位资本产出以及边际资本产出（资本收入所占比重）在任意时点上不变。（不过，由于资本－产出比本身因时点不同存在变化的可能，所以，这种哈罗德中性可能是局部性的。）宇泽弘文[3]的研究表明，在上述假定之下，当且仅当技术进步在所有资本－产出比上都具有哈罗德中性时，生产函数可以被写成如下的形式

$$F(K,L;t) = G[K,A(t)L], \quad A(t) > 0 \tag{2-8}$$

这里 $A(t)$ 仅仅是时间的函数。式（2-8）定义了一个完全的劳动扩张型的技术进步。在这种生产函数中，技术进步完全等价于增加了劳动投入。技术进步率（技术进步以指数形式来增长）可以表示为 $\dot{A}(t)/A(t)$。

类似地，费景汉（John Fei）和古斯塔夫·拉尼斯（Gustav Ranis）[4]研究了与哈罗德中性相反的劳动－产出比不变的情况［费景汉和古斯塔夫·拉尼斯认为对于这种情况的分析会更多地运用在欠发达国家（underdeveloped economies），因此，他们称之为 U 中性］。在这里，我们称之为费－拉尼斯中性（Fei-Ranis neutral）。我们说一

种技术进步具有费－拉尼斯中性，当且仅当给定某个特定劳动－产出比或者其倒数——单位劳动产出时，单位劳动产出以及边际劳动产出（劳动收入所占比重）在任意时点上都不变。和前面宇泽弘文的结论相对应，当技术进步在所有劳动－产出比上都具有费－拉尼斯中性，生产函数可以被写成如下形式

$$F(K,L;T)=G[B(t)K,L],\quad B(t)>0 \tag{2-9}$$

这里 $B(t)$ 仅仅是时间的函数。式（2-9）定义了一个完全的资本扩张型的技术进步。在这种生产函数中，技术进步完全等价于增加了资本投入。技术进步率（技术进步以指数形式来增长）可以表示为 $\dot{B}(t)/B(t)$。完全的资本扩张型和完全的劳动扩张型一样，都是重要的技术进步的特例[5]。

给定资本－劳动比，技术进步被认为是希克斯中性（Hicks neutral）的，当且仅当在资本－劳动比不变时，单位资本产出和边际资本产出都与产出同比例增加（要素收入所占份额不变）。在这种情况下，生产函数可以被写为如下形式，当且仅当技术进步在所有资本－劳动比上都具有希克斯中性。

$$\begin{aligned}F(K,L;t)&=G[A(t)K,A(t)L]\\&=A(t)G(K,L),\quad A(t)>0\end{aligned} \tag{2-10}$$

第二个等号来自规模报酬不变的假定。这种技术进步也可以被称为要素同等扩张型（iso-factor-augment）。

需要注意的是，给定某个时点和资本－劳动比，这三种技术进步中性可以并存，当且仅当在该点上要素的替代弹性为 1。[6]因此，技术进步同时处处满足哈罗德中性（完全的劳动扩张型），费－拉尼斯中性（完全的资本扩张型）和希克斯中性（要素同等扩张型）的充分必要条件是生产函数具有柯布－道格拉斯形式。在这里，处处满足是指

在所有的资本－劳动比上都满足。

技术进步为要素扩张型当且仅当生产函数具有如下形式：

$$F(K,L;t)=G[B(t)K,A(t)L],\quad B(t)>0,\quad A(t)>0 \tag{2-11}$$

这里 $B(t)$ 和 $A(t)$ 都仅仅是时间的函数。（如果技术进步对所有的资本－劳动比和所有满足假定式（2-2），式（2-3）和式（2-4）的生产函数都是非负的，那么所有的要素扩张率一定是非负的，即：$\dot{B}(t)/B(t)\geqslant 0$，$\dot{A}(t)/A(t)>0$。）

其他作者已经证明了式（2-8），式（2-9）和式（2-10）。现在，我们来证明式（2-11）。先考虑下面的这个命题：给定任意资本－产出比，必然存在一个正函数 $P(t)$，使得单位资本产出和边际资本产出都以比率 $P(t)$ 增长，从而使要素收入份额不变。这个命题仅仅是证明，在遇到技术进步时，存在一个保持要素收入份额不变的资本－劳动比（或者是资本－产出比）。如果不对技术进步的特点加以限定，不同的初始资本－产出比将可能导致不同的函数 $P(t)$。（假如对于某些初始资本－产出比，$P(t)$ 不发生变化，那么在该资本－产出比上，技术进步具有哈罗德中性。）

现在我们考虑对技术进步的特点加以限定。

> 条件：对于所有的初始资本－产出比，存在一个正的、仅仅依赖于时间 t 的函数 $B(t)$，使得单位资本产出和边际资本产出都与 $B(t)$ 同比例增长，从而保持要素收入份额不变。

这个条件是对处处哈罗德中性这一概念的一般化。很明显，如果 $B(t)$ 不变，那么这个条件意味着技术进步处处具有哈罗德中性，即

是完全的劳动扩张型。如果 $\dot{B}(t)>0$ 并且在单位劳动产出不变时这个条件满足，那么，技术进步处处具有费 - 拉尼斯中性，即是完全的资本扩张型。如果 $\dot{B}(t)>0$ 并且在资本 - 劳动产出不变时这个条件满足，那么，技术进步处处具有希克斯中性，即是要素同等扩张型。不过，上述讨论都仅仅是特殊情况。

接下来，我们将采用和宇泽弘文类似的方法来证明如下定理：

定理：技术进步可以被表示为式（2-11）所示的要素扩张，当且仅当上述的条件满足。

这个定理可以换成下面的说法。如果在任意时点上，保持要素收入份额不变的资本 - 产出比变化率独立于资本 - 产出比本身，那么（也仅有在这种情况下），技术进步在任意时点上都是要素扩张型的。

证明：先证明充分性。根据式（2-3）和式（2-4），式（2-2）可以被写成式（2-12），即人均产出 q 是资本 - 产出比 x 的函数。

$$q=\varphi(x,t) \tag{2-12}$$

或者，不失一般性，可以被写成

$$q=\phi[B(t)x,t] \tag{2-13}$$

这里 $B(t)$ 仅仅是时间的函数，并且 x 满足

$$k=xq \tag{2-14}$$

对式（2-13）和式（2-14）中的 x，q 和 k 进行微分，我们有

$$\mathrm{d}q=\phi_1 B(t)\mathrm{d}x, \tag{2-15}$$

$$\mathrm{d}k=x\mathrm{d}q+q\mathrm{d}x \tag{2-16}$$

这里 ϕ_1 表示对 ϕ 中的第一项 $B(t)x$ 求偏导。

通过式（2-15）和式（2-16）来求解 $\mathrm{d}q$ 和 $\mathrm{d}k$，我们可得

$$\frac{\partial q}{\partial k}=\frac{\phi_1 B(t)}{\phi+B(t)x\phi_1} \tag{2-17}$$

如果前面所说的那个条件被满足，那么存在某个函数 $B(t)>0$，使得对于所有 x，当 $B(t)x$ 不变时，$(\partial q/\partial k)B(t)^{-1}$ 也不变。这样，下面式（2-18）中的等号右侧将独立于时点 t 而仅仅是 $B(t)x$ 的函数。

$$\frac{\partial q}{\partial k}\frac{1}{B(t)}=\frac{\phi_1[B(t)x,t]}{\phi[B(t)x,t]+B(t)x\phi_1[B(t)x,t]} \tag{2-18}$$

即

$$\frac{\phi_1[B(t),x]}{\phi[B(t)x,t]+B(t)x\phi_1[B(t)x,t]}=h[B(t)x] \tag{2-19}$$

这里 $h(B(t)x)$ 仅仅是 $B(t)x$ 的函数。

根据式（2-19），我们有

$$\frac{\phi_1}{\phi}=\frac{h[B(t)x]}{1-B(t)xh[B(t)x]} \tag{2-20}$$

式（2-20）表明 ϕ_1/ϕ 独立于自变量 t；因此函数 $\phi[B(t)x,t]$ 具有可分解性：

$$\phi[B(t)x,t]=A(t)\psi[B(t)x] \tag{2-21}$$

由式（2-13）和式（2-21），我们有

$$B(t)x=\psi^{-1}\left[\frac{q}{A(t)}\right] \tag{2-22}$$

这里 ψ^{-1} 是函数 ψ 的反函数。

由式（2-12）与式（2-14）可知

$$\frac{B(t)k}{A(t)}=\frac{q}{A(t)}\psi^{-1}\left[\frac{q}{A(t)}\right] \tag{2-23}$$

因此，$B(t)k/A(t)=B(t)K/A(t)L$ 是 $q/A(t)=Q/A(t)L$ 的某个函数，即

$$\frac{q}{A(t)}=g\left[\frac{B(t)k}{A(t)}\right] \tag{2-24}$$

或者

$$Q = A(t)Lg\left[\frac{B(t)K}{A(t)L}\right] \tag{2-25}$$

所以

$$Q = G[B(t)K, A(t)L] \tag{2-26}$$

这里 $G(K,L)=g(k)L$。

下面证明必要性。如果式（2-11）被满足，那么单位扩张劳动产出是扩张资本与扩张劳动之比的一个函数。由于规模报酬不变：

$$q = A(t)g\left[\frac{B(t)k}{A(t)}\right] \tag{2-27}$$

根据式（2-3）和式（2-4），扩张后的资本 - 产出比是扩张后的资本 - 劳动比的单调增函数，所以，我们有

$$q = A(t)\psi[B(t)x] \tag{2-28}$$

对某些 $\psi[B(t)x]$ 成立，因此有

$$\frac{\phi_1}{\phi + B(t)x\phi_1} = \frac{\psi'[B(t)x]}{\psi[B(t)x] + B(t)x\psi'[B(t)x]} \tag{2-29}$$

该式独立于 t 而仅仅是 $B(t)x$ 的函数。根据式（2-18）可知，对于不变的 $B(t)x$（单位资本产出和 $B(t)$ 同比例增长），$(\partial q/\partial k)B(t)^{-1}$ 必然独立于 t。所以，当生产函数满足式（2-11）的形式，定理中的那个条件必然被满足。定理得证。

需要注意的是，我们的那个条件也可以用劳动的平均产出和边际产出来表达。如果这样的话，那么，该条件可以表达为：对所有的初始劳动 - 产出比，存在一个正函数 $A(t)$；当单位劳动产出与 $A(t)$ 同比例增加时，劳动边际产出也与 $A(t)$ 同比例增加，从而使得要素收入份额不变。通过与上面的证明类似的方法，我们可以推出这样一个定理：满足该条件等价于技术进步是要素扩张型。

在定理的必要性证明部分，我们可以看到，当要素收入份额不变时，资本的扩张率可以被理解为产出－资本比的增长率；类似地，劳动的扩张率可以被理解为产出－劳动比的增长率。

在本文中，我们研究了技术进步率以及技术进步中形形色色的要素偏向，还讨论了劳动的扩张率 $\hat{A}$ 与资本的扩张率 $\hat{B}$。将这两者联系起来是一项很有趣的工作。技术进步率 R 可以被定义为

$$R(k,t) = F_t/F \tag{2-30}$$

$\tilde{B}$ 是给定资本－劳动比的情况下 F_K/F_L 的增长率。

$$\tilde{B}(k,t) = (F_{Kt}/F_K) - (F_{Lt}/F_L) \tag{2-31}$$

$\tilde{B}$ 通常被称为希克斯偏向（Hicksian bias）。这一度量指标曾被费景汉、拉尼斯以及彼得·戴蒙德（Peter Diamond）[7] 等人使用过。R 和 $\tilde{B}$ 都可能是 k 和 t 的函数。给定某个 k，如果 $\tilde{B}>0(<0)$，资本的收入份额将增加（减少）。因此，技术进步在希克斯意义上将是劳动节约型、中性或者资本节约型，如果对应的希克斯偏向分别是 $\tilde{B}>0$，$\tilde{B}=0$ 或者 $\tilde{B}<0$。

此外，我们还有

$$a(k,t) = F_K K/F = G_1 B(t) K/G \tag{2-32}$$

$$\sigma(k,t) = F_K F_L/FF_{KL} = G_1 G_2/GG_{12} \tag{2-33}$$

这里 $a(k,t)$ 代表资本的产出弹性（资本收入份额），$\sigma(k,t)$ 代表替代弹性，而下标字母表示生产函数与 G 函数的偏导数。

对 $Q=G[B(t)K, A(t)L]$ 求变量 t 的偏导可得

$$R = \alpha\hat{B} + (1-\alpha)\hat{A} \tag{2-34}$$

这里 $\hat{X}$ 被定义为 $X(t)$ 在时间上的变化率，即 $(dX/dt)/X$。

根据式（2-32）、式（2-33）以及 G 函数的线性齐次性，我们可

以推出

$$\frac{F_{Kt}}{F_K} = \hat{B} - \frac{1-\alpha}{\sigma}(\hat{B} - \hat{A}) \tag{2-35}$$

$$\frac{F_{Lt}}{F_L} = \hat{A} + \frac{\alpha}{\sigma}(\hat{B} - \hat{A}) \tag{2-36}$$

所以，我们有

$$\widetilde{B} = \frac{1-\sigma}{\sigma}(\hat{A} - \hat{B}) \tag{2-37}$$

由此可以发现，主要表现为劳动扩张型（$\hat{A}-\hat{B}>0$）的技术进步可能是希克斯劳动节约型（$\widetilde{B}>0$）、中性或者资本节约型，如果要素的替代弹性分别低于、等于或者高于 1。当替代弹性为 1 时，要素扩张型的技术进步通常是希克斯中性的。

现在，我们来讨论一下技术进步的哈罗德偏向（Harrodian bias）H。这种偏向被定义为资本 - 产出比不变时资本的边际产出（资本收入份额）的增长率。费景汉和拉尼斯[8]给出了 H 与 R 和 $\widetilde{B}$ 的关系：

$$H(k,t) = \left(\frac{\sigma-1}{\sigma}\right)R + (1-\alpha)\widetilde{B} \tag{2-38}$$

当 $H=0$ 时，技术进步在任意给定 k 和 t 上都具有哈罗德中性。当 $H>0$，对于任意给定的资本 - 产出比，技术进步会使资本的边际产出增加，从而使得资本收入份额提高。这种技术进步在哈罗德意义上是劳动节约的。类似地，$H<0$ 表明技术进步在哈罗德意义上是资本节约的。

最后，我将定义在费景汉 - 拉尼斯意义上的技术进步偏向。让 Z 表示劳动 - 产出比不变时，劳动边际产出（劳动收入份额）的增长率。费景汉和拉尼斯[9]给出了如下等式，

$$Z(k,t) = \frac{\sigma-1}{\sigma}R - a\widetilde{B} \tag{2-39}$$

当 Z 为零时，技术进步具有费景汉 - 拉尼斯中性。当 $Z>0$，技术进步会使劳动收入份额提高，从而在费景汉 - 拉尼斯意义上是资本节约的。类似地，$H<0$ 表明技术进步在费景汉 - 拉尼斯意义上是劳动节约的。

利用式（2-34）和式（2-37），我们能得到

$$H=\frac{\sigma-1}{\sigma}\hat{B} \tag{2-40}$$

$$Z=\frac{\sigma-1}{\sigma}\hat{A} \tag{2-41}$$

因此，如果技术进步是要素扩张型的，并且 $\sigma\neq1$，那么哈罗德中性意味着不存在资本扩张，而费景汉 - 拉尼斯中性意味着不存在劳动扩张。假定在我们关心的区间上有 $\sigma<1$（这种情况被普遍接受），并且劳动和资本的扩张率都是正的（根据一些经验研究的结论），那么技术进步在哈罗德意义上是资本节约型的，而在费景汉 - 拉尼斯意义上是劳动节约型的。

让我们来看一个总量模型。该模型研究了美国在过去 50～60 年里的要素扩张型技术进步。该模型采用了一些特殊的设定，从而使我们可以在不知道要素替代弹性的情况下计算出要素的平均扩张率。根据本文中的定理，当要素收入份额不变时，我们可以把 $\hat{B}$ 看成是产出 - 资本比的增长率，而把 $\hat{A}$ 看成是产出 - 劳动比的增长率。考虑到美国要素收入份额的稳定性，尽管资本 - 产出比在过去的 50 年里大约以每年 0.5%的比率下降而单位劳动产出大约以每年 2.5%的比率上升，我们仍然可以推算出，平均而言，$\hat{B}=0.005$，$\hat{A}=0.025$。如果这个估计是正确的，技术进步主要是，但不完全是劳动扩张型的。

不幸的是，我们还无法从数据中得到关于替代弹性的信息[10]。要得到这种信息，我们还需要统计技术的提高（使用一些时间序列数

据），并且考虑利用不变替代弹性的假定，或者替代弹性与扩张资本与扩张劳动比之间的关系。

当对这种生产模型的统计分析取得长足进步后，我们才有可能进一步得到关于要素扩张假说的经验结论。不过，即便替代弹性的路径还是未知的，由于增长路径可以用要素扩张来加以解释，所以我们不会轻易拒绝采用这个假说。尽管它必然存在这样那样的问题，但考虑到其中的定理具有较高的一般性，理论研究者还是会谨慎地使用它。

注释

1. J. Robinson，“The Classification of Inventions，” *Review of Economic Studies*，Vol. 5（February 1938），pp. 139-142.
2. H. Uzawa，“Neutral Inventions and the Stability of Growth Equilibrium，” *Review of Economic Studies*，Vol. 208（February 1961），pp. 117-124.
3. 本文中，我阐明了全局哈罗德中性——在所有资本 - 劳动路径上都符合哈罗德中性——和完全的劳动扩张型之间的等价性。这一点，宇泽弘文的研究没有涉及。
4. J. C. H. Fei and G. Ranis，“Innovational Intensity and Factor Bias in the Theory of Growth，” *International Economic Review*，Vol. 6（May 1965），pp. 182-198.
5. 在要素具有事前事后替代性的单一产品的经典模型中，存在一个通过投入总量劳动和有效资本来得到总量产出的总量生产函数，当且仅当所有的资本体现型技术进步都是完全的资本扩张型。
6. See Fei and Ranis，*op*，*cit*.
7. P. A. Diamond，“Disembodied Technical Change in a Two-Sector Model，” *Review of Economic Studies*，Vol. 32（April 1965），pp. 161-168.
8. 费景汉和拉尼斯用 D 来度量哈罗德偏向。这里的 D 是资本边际产出不变的情况下资本 - 产出比的增长率。根据他们文章中的方程（2.3），$D=\sigma H$，因此，这两个测度的符号是一致的。
9. 费景汉和拉尼斯用 U 来度量劳动边际产出不变的情况下劳动 - 产出比的增长率。根据他们文章中的方程（43），我们有 $U=\sigma Z$。
10. 我们有两个独立的方程——一个关于产出的增长，另一个关于要素价格（要素收入份额）的增长——但包含了三个未知量 $\hat{B}$、$\hat{A}$ 和 σ。