

## 2008年1月MBA联考数学真题详解

一、问题求解：第1~15小题，每小题3分，共45分，下列每题给出的A、B、C、D、E五个选项中，只有一项是符合试题要求的，请在答题卡上将所选项的字母涂黑。

$$1. \frac{(1+3)(1+3^2)(1+3^4)(1+3^8)\cdots(1+3^{32})+\frac{1}{2}}{3\times 3^2\times 3^3\times 3^4\times \cdots\times 3^{10}} = ( \quad )。$$

- (A)  $\frac{1}{2}\times 3^{10} + 3^{19}$       (B)  $\frac{1}{2} + 3^{19}$       (C)  $\frac{1}{2}\times 3^{19}$   
(D)  $\frac{1}{2}\times 3^9$       (E) 以上结论均不正确

【自测】

【解】将原式上下同时乘以(1-3)

$$\begin{aligned} &= \frac{(1-3)\times(1+3)(1+3^2)(1+3^4)(1+3^8)\cdots(1+3^{32})+(1-3)\times\frac{1}{2}}{(1-3)\times 3\times 3^2\times 3^3\times \cdots\times 3^{10}} \\ &= \frac{(1-3^{64})-1}{-2\times 3^{55}} = \frac{1}{2}\times 3^9。 \end{aligned}$$

选(D)

【评析】(1) 知识点：平方差公式、指数乘除法、等差数列求和。

(2) 注意事项：分子分母同乘(1-3)才能使分子形成平方差连锁反应。

2. 若 $\triangle ABC$ 的三边为 $a, b, c$ 满足 $a^2+b^2+c^2=ab+ac+bc$ ，则 $\triangle ABC$ 为( )。  
(A) 等腰三角形      (B) 直角三角形      (C) 等边三角形  
(D) 等腰直角三角形      (E) 以上都不是

## 【自测】

**【解】** 由  $a^2 + b^2 + c^2 = ab + ac + bc$ , 可知  $2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2ac - 2bc = 0$ , 所以  $(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 = 0$ , 故  $a = b = c$ ,  $\triangle ABC$  为等边三角形。

选 (C)

**【评析】** (1) 知识点: 常用整式公式应用。

(2) 注意事项: 公式  $(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 = 2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2bc - 2ac$  的逆向考查。

3.  $P$  是以  $a$  为边长的正方形,  $P_1$  是以  $P$  的四边中点为顶点的正方形,  $P_2$  是以  $P_1$  的四边中点为顶点的正方形,  $P_i$  是以  $P_{i-1}$  的四边中点为顶点的正方形, 则  $P_6$  的面积是 ( )。

- (A)  $\frac{a^2}{16}$                       (B)  $\frac{a^2}{32}$                       (C)  $\frac{a^2}{40}$                       (D)  $\frac{a^2}{48}$                       (E)  $\frac{a^2}{64}$

## 【自测】

**【解】** 因  $P_i$  是以  $P_{i-1}$  的四边中点为顶点的正方形, 设正方形  $P_{i-1}$  的边长为  $b$ , 则正方形  $P_i$  的边

长为  $\frac{\sqrt{2}}{2}b$ , 所以  $S_{P_i} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}b\right)^2 = \frac{1}{2}b^2 = \frac{1}{2}S_{P_{i-1}}$ , 从而  $S_{P_6} = \frac{1}{2}S_{P_5} = \cdots = \left(\frac{1}{2}\right)^6 S_P = \frac{a^2}{64}$ 。

选 (E)

**【评析】** (1) 知识点: 平面图像间的位置关系相关计算。

(2) 注意事项: 只需找到相邻两正方形边的关系即可。

4. 某单位有 90 人, 其中 65 人参加外语培训, 72 人参加计算机培训, 已知参加外语培训而未参加计算机培训的有 8 人, 则参加计算机培训而未参加英语培训的人数是 ( )。

- (A) 5                      (B) 8                      (C) 10                      (D) 12                      (E) 15

## 【自测】

**【解】** 设参加计算机培训而没参加外语培训的人数为  $x$ , 两者都参加的人数为  $y$ , 由题意可得  $x + y = 72$ ,  $y + 8 = 65$ , 解得  $x = 15$ 。

选 (E)

**【评析】** (1) 知识点: 集合间关系计算。

(2) 注意事项: 计算时应不重复、不遗漏。

5. 方程  $x^2 - (1 + \sqrt{3})x + \sqrt{3} = 0$  的两根分别为等腰三角形的腰  $a$  和底  $b$  ( $a < b$ ), 则该三角形的

面积是 ( )。

- (A)  $\frac{\sqrt{11}}{4}$                       (B)  $\frac{\sqrt{11}}{8}$                       (C)  $\frac{\sqrt{3}}{4}$                       (D)  $\frac{\sqrt{3}}{5}$                       (E)  $\frac{\sqrt{3}}{8}$

**【自测】**

**【解】**由  $x^2 - (1 + \sqrt{3})x + \sqrt{3} = 0 \Rightarrow (x-1)(x-\sqrt{3}) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = \sqrt{3} \end{cases}$ , 因为  $a < b$ , 故  $a = 1, b = \sqrt{3}$ ,

$$\text{底边上的高 } h = \sqrt{a^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2} = \sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{1}{2} \Rightarrow S = \frac{1}{2}bh = \frac{1}{2} \times \sqrt{3} \times \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4}。$$

选 (C)

**【评析】**(1) 知识点: 一元二次方程因式分解、三角形面积计算。

(2) 注意事项: 分解时注意正负号。

6. 一辆出租车有段时间的营运全在东西走向的一条大道上, 若规定向东为正向, 向西为负向, 且知该车行驶的公里数依次为 -10、6、5、-8、9、-15、12, 则将最后一名乘客送到目的地时该车的位置是 ( )。

- (A) 在首次出发地的东面 1 公里处  
(B) 在首次出发地的西面 1 公里处  
(C) 在首次出发地的东面 2 公里处  
(D) 在首次出发地的东面 2 公里处  
(E) 仍在首次出发地

**【自测】**

**【解】**因这辆出租车营运在东西走向的一条大道上, 且规定了向东为正, 向西为负, 故 -10 表示向西 10 公里, +6 表示向东 6 公里, 此时出租车在首次出发地的向西 4 公里处。以此类推,  $-10 + 6 + 5 - 8 + 9 - 15 + 12 = -1$ , 即最后出租车在首次出发地的西面 1 公里处。

选 (B)

**【评析】**(1) 知识点: 数轴扩展应用。

(2) 注意事项: 按照规定确定正负。

7. 如图所示, 长方形  $ABCD$  中的  $AB=10\text{cm}$ ,  $BC=5\text{cm}$ , 以  $AB$  和  $AD$  分别为半径作半圆, 则图中阴影部分的面积为 ( )。



**【自测】**

**【解】** 因新原料每千克的售价分别比甲、乙原料每千克的售价少3元和多1元，由十字相乘法即知甲、乙原料的质量之比为1:3，设甲原料为 $a$ 千克，则乙原料为 $3a$ 千克，混合后共有 $4a$ 千克，由题意 $\frac{200}{a} - \frac{680}{4a} = 3 \Rightarrow a = 10$ ，故混合后每千克售价为 $\frac{680}{40} = 17$ （元）。

选 (C)

**【评析】** (1) 知识点：比例扩展问题计算、应用型问题。

(2) 注意事项：混合后新原料总价值不发生变化。

(3) 另解：由于总价值为680，选项中可以被680整除的数只有17。

10. 直角边之和为12的直角三角形面积最大值等于 ( )。

- (A) 16                      (B) 18                      (C) 20                      (D) 22

(E) 以上都不是

**【自测】**

**【解】** 设直角边分别为 $a, b(a, b > 0)$ ，则 $a + b = 12 \Rightarrow S = \frac{1}{2}ab \leq \frac{1}{8}(a + b)^2 = \frac{1}{8} \times 12^2 = 18$ ，

当且仅当 $a = b = 6$ 时，等号成立，即面积的最大值为18。

选 (B)

**【评析】** (1) 知识点：最值计算、三角形面积公式。

(2) 注意事项：重要不等式等号成立时，取到最值。

11. 如果数列 $\{a_n\}$ 的前 $n$ 项的和 $S_n = \frac{3}{2}a_n - 3$ ，那么这个数列的通项公式是 ( )。

- (A)  $a_n = 2(n^2 + n + 1)$       (B)  $a_n = 3 \times 2^n$       (C)  $a_n = 3n + 1$       (D)  $a_n = 2 \times 3^n$

(E) 以上都不是

**【自测】**

**【解】** 当 $n = 1$ 时， $a_1 = S_1 = \frac{3}{2}a_1 - 3 \Rightarrow a_1 = 6$ ，当 $n \geq 2$ 时， $a_n = S_n - S_{n-1} = \frac{3}{2}a_n - \frac{3}{2}a_{n-1} \Rightarrow$

$a_n = 3a_{n-1}$ ，从而 $a_n = 3a_{n-1} = 3^2a_{n-2} = \dots = 3^{n-1}a_1 = 2 \times 3^n (n \geq 2)$ ，当 $n = 1$ 时， $a_1 = 6$ 也是满足上述关系的，从而数列的通项公式是 $a_n = 2 \times 3^n$ 。

选 (D)

**【评析】** (1) 知识点：一般数列  $a_n$  与  $S_n$  关系公式，等比数列通项公式。

(2) 注意事项：计算时应注意  $a_1$  与  $S_1$  是否相等，如果不等，需要分别计算。

12. 以直线  $y+x=0$  为对称轴且与直线  $y-3x=2$  对称的直线方程为 ( )。

(A)  $y = \frac{x}{3} + \frac{2}{3}$       (B)  $y = -\frac{x}{3} + \frac{2}{3}$       (C)  $y = -3x - 2$

(D)  $y = -3x + 2$       (E) 以上都不是

**【自测】**

**【解】** 在直线  $y-3x=2$  上取两点  $(0, 2)$  和  $(1, 5)$ ，因为点  $(x_0, y_0)$  关于直线  $y+x=0$  的对称点为  $(-y_0, -x_0)$ ，所以  $(0, 2)$  和  $(1, 5)$  关于直线  $y+x=0$  的对称点为  $(-2, 0)$  和  $(-5, -1)$ 。则直线  $y-3x=2$  关于直线  $y+x=0$  对称的直线方程为

$$\frac{y}{-1} = \frac{x+2}{-5+2} \Rightarrow y = \frac{x}{3} + \frac{2}{3}。$$

选 (A)

**【评析】** (1) 知识点：对称应用。

(2) 注意事项：两点确定一条直线。

13. 有两排座位，前排 6 个，后排 7 个。若安排 2 人就座，规定前排中间 2 个座位不能坐，且此 2 人始终不能相邻而坐，则不同的坐法种数为 ( ) 种。

(A) 92      (B) 93      (C) 94      (D) 95      (E) 96

**【自测】**

**【解】** 从除去前排中间 2 个座位剩下 11 个位置任意排列的  $A_{11}^2$  中扣除相邻而坐坐法种数即为所求。两人在前排相邻而坐的坐法种数为  $2A_2^2$ ，在后排相邻而坐的坐法种数为  $6A_2^2$ 。因此，满足题意的坐法种数为  $A_{11}^2 - 2A_2^2 - 6A_2^2 = 110 - 16 = 94$ 。

选 (C)

**【评析】** (1) 知识点：排列组合与概率相关应用。

(2) 注意事项：采用某事件的对立事件求解排列组合可大大简化计算过程。

14. 若从原点出发的质点  $M$  向  $x$  轴的正向移动一个和两个坐标单位的概率分别是  $\frac{2}{3}$  和  $\frac{1}{3}$ ，则

该质点移动 3 个坐标单位，到达  $x=3$  的概率是 ( )。

(A)  $\frac{19}{27}$       (B)  $\frac{20}{27}$       (C)  $\frac{7}{9}$       (D)  $\frac{22}{27}$       (E)  $\frac{23}{27}$

**【自测】**

**【解】**到达  $x=3$  有三种情形, 即  $1+2, 2+1, 1+1+1$ , 概率分别为  $\frac{2}{3} \times \frac{1}{3}, \frac{1}{3} \times \frac{2}{3}, \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3}$ 。

$$\text{总概率} = \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} + \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{20}{27}。$$

选 (B)

**【评析】**(1) 知识点: 概率相关计算, 扩展型问题。

(2) 注意事项: 分类(情形)是关键。

15. 某乒乓球男子单打决赛在甲乙两选手间进行比赛, 用 7 局 4 胜制, 已知每局比赛甲选手战胜乙选手的概率为 0.7, 则甲选手以 4:1 战胜乙选手的概率为 ( )。

(A)  $0.84 \times 0.7^3$  (B)  $0.7 \times 0.7^3$  (C)  $0.3 \times 0.7^3$  (D)  $0.9 \times 0.7^3$

(E) 以上结论均不正确

**【自测】**

**【解】**甲选手以 4:1 战胜乙选手, 可知共赛了 5 场, 且第五场甲胜。前 4 场中甲需胜 3 场, 故此概率为  $0.7 \times C_4^3 \times 0.7^3 \times (1-0.7) = 0.84 \times 0.7^3$ 。

选 (A)

**【评析】**(1) 知识点: 贝努里概型扩展形式、常识性问题。

(2) 注意事项: 如何形成 4:1 要考虑清楚。

**二、条件充分性判断:** 第 16~30 小题, 每小题 2 分, 共 30 分。要求判断每题给出的条件 (1) 和条件 (2) 能否充分支持题干所陈述的结论。A、B、C、D、E 五个选项为判断结果, 请选择一项符合试题要求的判断, 在答题卡上将所选项的字母涂黑。

(A): 条件 (1) 充分, 但条件 (2) 不充分

(B): 条件 (2) 充分, 但条件 (1) 不充分

(C): 条件 (1) 和条件 (2) 单独都不充分, 但条件 (1) 和条件 (2) 联合起来充分

(D): 条件 (1) 充分, 条件 (2) 也充分

(E): 条件 (1) 和条件 (2) 单独都不充分, 条件 (1) 和条件 (2) 联合起来也不充分

16. 本学期某大学的  $a$  个学生或者付  $x$  元的全额学费或者付半额学费, 付全额学费的学生所付的学费占  $a$  个学生所付学费总额的比率是  $\frac{1}{3}$ 。

(1) 在这  $a$  个学生中 20% 的人付全额学费。

(2) 这  $a$  个学生本学期共付 9 120 元学费。

**【自测】**

**【解】** 条件(1)中, 20%的人付全额学费, 故交费金额为  $0.2ax$ 。剩余 80%的人付半额学费, 故交费金额为  $0.8a \times \frac{x}{2} = 0.4ax$ 。故付全额学费占总额比率为  $\frac{0.2ax}{0.2ax+0.4ax} = \frac{1}{3}$ ,

条件(1)充分。显然条件(2)不充分。

选(A)

**【评析】**(1) 知识点: 简单比例(百分数)计算。

(2) 注意事项: 正确区分交全额与半额学费的人数。

17. 两条直线  $y = x + 1$ ,  $y = ax + 7$  与  $x$  轴所围成的面积是  $\frac{27}{4}$

- (1)  $a = -3$             (2)  $a = -2$

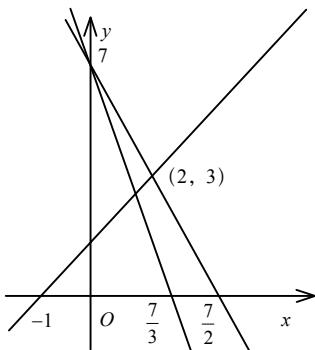
**【自测】**

**【解】** 如图所示, 条件(2)中, 当  $a = -2$  时,  $y = -2x + 7$  与  $y = x + 1$  交点为  $(2, 3)$ , 它们与  $x$  轴所围成面积为  $\frac{1}{2} \times \left(\frac{7}{2} + 1\right) \times 3 = \frac{27}{4}$ , 条件(2)充分。条件(1)中, 当  $a = -3$  所围成的面积小于  $\frac{27}{4}$ , 如图所示, 条件(1)不充分。

选(B)

**【评析】**(1) 知识点: 直线方程、三角形面积公式。

(2) 注意事项: 在  $x$  轴上的两个截距要计算准确。



18.  $f(x)$  有最小值 2

(1)  $f(x) = \left| x - \frac{5}{12} \right| + \left| x - \frac{1}{12} \right|$

(2)  $f(x) = |x - 2| + |4 - x|$

**【自测】**



**【解】** 因为  $f(x) = |x-a| + |x-b| \geq |x-a-(x-b)| = |a-b|$ , 条件 (1) 中,  $f(x)$  的最小值为  $\left| \frac{5}{12} - \frac{1}{12} \right| = \frac{1}{3}$ , 条件 (1) 不充分。条件 (2) 中,  $f(x)$  的最小值为  $|4-2|=2$ , 条件

(2) 充分。

选 (B)

**【评析】** (1) 知识点: 三角不等式应用。

(2) 注意事项: 应当做结论来记忆, 即:  $|x-a| + |x-b|$  的最小值为  $|a-b|$ 。

19. 申请驾照时必须参加理论考试和路考且两种考试均通过, 若在同一批学员中有 70% 的人通过了理论考试, 80% 的人通过了路考, 则最后领到驾驶执照的人有 60%

(1) 10% 的人两种考试都没通过。(2) 20% 的人仅通过了路考。

**【自测】**

**【解】** 条件 (1) 中, 设最后领到驾驶执照的人数所占比例为  $x$ , 则只通过路考和只通过理论考试的人分别为  $(80\% - x)$  和  $(70\% - x)$ 。故  $x + (80\% - x) + (70\% - x) + 10\% = 100\%$ , 解得  $x = 60\%$ , 条件 (1) 充分。条件 (2) 中, 20% 的人仅通过了路考, 而已知 80% 的人通过了路考, 故有 60% 的人通过了两种考试, 领到了驾驶执照, 条件 (2) 也充分。

选 (D)

**【评析】** (1) 知识点: 集合间关系计算。

(2) 注意事项: 计算时应注意不重复、不遗漏。

20.  $S_2 + S_5 = 2S_8$

(1) 等比数列前  $n$  项的和为  $S_n$ , 且公比  $q = -\frac{\sqrt[3]{4}}{2}$ 。

(2) 等比数列前  $n$  项的和为  $S_n$ , 且公比  $q = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$ 。

**【自测】**

**【解】** 条件 (1)、条件 (2) 都指明  $S_n$  为等比数列前  $n$  项和, 由  $S_2 + S_5 = 2S_8 \Rightarrow S_2 - S_5 = 2(S_8 - S_5)$ , 即有  $-\frac{1}{2} = \frac{S_8 - S_5}{S_5 - S_2} = \frac{a_6 + a_7 + a_8}{a_3 + a_4 + a_5} = q^3 \Rightarrow q = -\frac{\sqrt[3]{4}}{2}$ 。因此条件 (1) 充分,

条件 (2) 不充分。

选 (A)

**【评析】** (1) 知识点: 等比数列性质应用。

(2) 注意事项：开方时根据需要来选择是否对分母进行有理化，此题有理化后的结果即为上述形式。

21. 方程  $2ax^2 - 2x - 3a + 5 = 0$  的一个根大于 1，另一个根小于 1

- (1)  $a > 3$                       (2)  $a < 0$

【自测】

【解】令  $f(x) = 2ax^2 - 2x - 3a + 5$ ，当  $a > 0$  时， $f(x)$  图像开口向上，若要  $f(x) = 0$  的一根大于 1，另一根小于 1，只需  $f(1) < 0 \Rightarrow a > 3$ ，条件 (1) 充分。当  $a < 0$  时， $f(x)$  图像开口向下，若要  $f(x) = 0$  的一根大于 1，另一根小于 1，只需  $f(1) > 0$ ， $3 - a > 0$  结合  $a < 0$ ，条件 (2) 也充分。

选 (D)

【评析】(1) 知识点：一元二次方程、一元二次函数及一元二次不等式间的关系应用。

(2) 注意事项：开口方向需要分两种情况进行讨论。

22. 动点  $(x, y)$  的轨迹是圆

- (1)  $|x-1| + |y| = 4$                       (2)  $3(x^2 + y^2) + 6x - 9y + 1 = 0$

【自测】

【解】条件 (1) 中，动点轨迹为以  $(1, 0)$  为中心的正方形，条件 (1) 不充分。条件 (2) 中，整理方程得  $(x+1)^2 + \left(y - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{35}{12}$ ，动点轨迹为圆，条件 (2) 充分。

选 (B)

【评析】(1) 知识点：圆的方程形式、多项式整理。

(2) 注意事项：“凑”出完全平方式。

23. 一件含有 25 张一类贺卡和 30 张二类贺卡的邮包的总重量（不计包装重量）为 700 克。

- (1) 一类贺卡重量是二类贺卡重量的 3 倍。  
(2) 一张一类贺卡与两张二类贺卡的总重量是  $\frac{100}{3}$  克。

【自测】

【解】显然条件 (1) 和条件 (2) 单独都不充分，现考虑它们的联合：设二类贺卡单张重量为  $x$  克，则一类贺卡单张重量为  $3x$  克，且有  $3x + 2x = \frac{100}{3}$ ，解得  $x = \frac{20}{3}$ ， $3x = 20$ 。

贺卡的总重量为  $25 \times 20 + 30 \times \frac{20}{3} = 700$  克, 联合起来充分。

选 (C)

**【评析】** 知识点: 典型应用题

24.  $a = -4$

(1) 点  $A(1, 0)$  关于直线  $x - y + 1 = 0$  的对称点是  $A'(\frac{a}{4}, -\frac{a}{2})$

(2) 直线  $l_1: (2+a)x + 5y = 1$  与直线  $l_2: ax + (2+a)y = 2$  垂直

**【自测】**

**【解】** 条件 (1) 中, 点  $A(1, 0)$  关于直线  $x - y + 1 = 0$  的对称点为  $A'(-1, 2)$ , 则  $-1 = \frac{a}{4}$

且  $-\frac{a}{2} = 2 \Rightarrow a = -4$ , 条件 (1) 充分。在条件 (2) 中, 直线  $l_1: (2+a)x + 5y = 1$  与

直线  $l_2: ax + (2+a)y = 2$  垂直得  $a = -2$  或  $a = -5$ , 条件 (2) 不充分。

选 (A)

**【评析】** (1) 知识点: 点关于直线对称、直线间的位置关系。

(2) 注意事项: 直线垂直判定标准为:  $k_1 \cdot k_2 = -1$  ( $k_1, k_2$  为两直线的斜率)。

25. 公路  $AB$  上各站之间共有 90 种不同的车票。

(1) 公路  $AB$  上有 10 个车站, 每两站之间都有往返车票

(2) 公路  $AB$  上有 9 个车站, 每两站之间都有往返车票

**【自测】**

**【解】** 条件 (1), 公路  $AB$  上有 10 个车站, 每两站之间都有往返车票, 则各站之间票的种数为  $2C_{10}^2 = 90$ , 条件 (1) 充分。在条件 (2) 中, 同理可得到各站的种数为  $2C_9^2 = 72$ ,

条件 (2) 不充分。

选 (A)

**【评析】** (1) 知识点: 简单排列组合应用、常识性问题。

(2) 注意事项: 往返车票即为两站之间有两种车票。

26.  $(2x^2 + x + 3)(-x^2 + 2x + 3) < 0$ 。

(1)  $x \in [-3, -2]$  (2)  $x \in (4, 5)$

**【自测】**

**【解】** 因为  $2x^2 + x + 3 = x^2 + (x + \frac{1}{2})^2 + \frac{4}{11} > 0$ ，故原不等式等价于  $-x^2 + 2x + 3 = -(x-3)$

$(x+1) < 0 \Rightarrow x > 3$  或  $x < -1$ ，条件 (1)、条件 (2) 单独都成立。

选 (D)

**【评析】** (1) 知识点：一元二次函数、一元二次不等式的应用。

(2) 注意事项：解该种题型时，首先应检验是否每个因式都需要转变为不等式，如果可以验证某个因式恒大于（或小于）0，则可大大简化计算量。

27.  $ab^2 < cb^2$

(1) 实数  $a, b, c$  满足  $a+b+c=0$  (2) 实数  $a, b, c$  满足  $a < b < c$

**【自测】**

**【解】** 因为  $b=0$  均包含在条件 (1) 和条件 (2) 中，而此时题干结论不成立，所以条件 (1) 和条件 (2) 均不充分，联合起来也不充分。

选 (E)

**【评析】** (1) 知识点：实数典型问题： $a+b+c=0$ 。

(2) 注意事项： $a+b+c=0$  包含哪些情况。

28. 圆  $C_1: \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + (y-2)^2 = r^2$  与圆  $C_2: x^2 - 6x + y^2 - 8y = 0$  有交点。

(1)  $0 < r < \frac{5}{2}$  (2)  $r > \frac{15}{2}$

**【自测】**

**【解】** 将圆  $C_2$  化为标准方程，得  $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 5^2$ ，且圆心  $O_2(3, 4)$ ，半径  $r_2 = 5$ 。圆

$C_1$  的圆心  $O_1\left(\frac{3}{2}, 2\right)$ ，半径为  $r$ ，两圆有交点，故  $|r-r_2| \leq O_1O_2 \leq r+r_2$ ，且

$O_1O_2 = \sqrt{(2-4)^2 + \left(\frac{3}{2}-3\right)^2} = \frac{5}{2}$ ，即  $|r-5| \leq \frac{5}{2} \leq r+5 \Rightarrow \frac{5}{2} \leq r \leq \frac{15}{2}$  条件 (1)、条件 (2)

均不充分。

选 (E)

**【评析】** (1) 知识点：圆与圆的位置关系。

(2) 注意事项：计算圆心之间的距离是关键。

29.  $a > b$

(1)  $a, b$  为实数，且  $a^2 > b^2$  (2)  $a, b$  为实数，且  $\left(\frac{1}{2}\right)^a < \left(\frac{1}{2}\right)^b$

## 【自测】

【解】条件(1)中,令 $a=-2$ , $b=1$ ,即知条件(1)不充分。条件(2)中,因为函数 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$ 为减函数,所以由 $\left(\frac{1}{2}\right)^a < \left(\frac{1}{2}\right)^b \Rightarrow a > b$ ,条件(2)充分。

选(B)

【评析】(1) 知识点: 简单不等式、指数函数不等式。

(2) 注意事项: 指数函数需注意底与1的大小关系。

$$30. \frac{b+c}{|a|} + \frac{c+a}{|b|} + \frac{a+b}{|c|} = 1$$

(1) 实数 $a, b, c$ 满足 $a+b+c=0$  (2) 实数 $a, b, c$ 满足 $abc > 0$

## 【自测】

【解】易知条件(1)和条件(2)单独都不充分,现在考虑它们的联合。由轮换性,不妨设 $a \geq b \geq c$ ,由 $a+b+c=0$ 和 $abc > 0$ ,可得 $a > 0, b < 0, c < 0$ ,故 $\frac{b+c}{|a|} + \frac{c+a}{|b|} +$

$$\frac{a+b}{|c|} = \frac{-a}{|a|} + \frac{-b}{|b|} + \frac{-c}{|c|} = -1 + 1 + 1 = 1。条件(1)和条件(2)联合起来充分。$$

选(C)

【评析】(1) 知识点: 实数典型问题:  $a+b+c=0$ 。

(2) 注意事项:  $a+b+c=0$ 包含哪些情况,与其他条件结合时结论将进一步限定。